* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}=-\infty$

- $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}=1$
- $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(\dfrac{x}{x+1})(\dfrac{-2}{\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}+1})=-1$

Δ:y=x-1 asymptote oblique à (ζ_f) au voisinage $(-\infty)$

Ex4 :

$f(x)=x+\sqrt{1+x^2}$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(\sqrt{1+x^2})^2-x^2}{\sqrt{1+x^2}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}-x}=0$

d'où y=0 est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(-\infty)$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-2x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{1+x^2}-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}+x}=0$

d'où Δ:y=2x est une asymptote à (ζ_f) au voisinage $(+\infty)$

Ex5 : $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+4 & \text{si } x\le 1\\ \dfrac{1}{x}+x+1 & \text{si } x>1\end{cases}$

1) $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{(x-1)^2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^-}(x-1)=0=f'_g(1)$

* $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\dfrac{1}{x}+x-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2-2x+1}{x(x-1)}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-1}{x}=0=f'_d(1)$

f est dérivable à gauche et à droite en 1 et $f'_d(1)=f'_g(1)=0$ d'où

f est dérivable en 1 et f'(1)=0

Qarray.tn -Agha Blech- Qarray.tn